محاضرة ①

① تعاريف ومفاهيم أساسية

① التوازن الحراري: تتغير خواص الأجسام بحسب الوسط الحراري الموضوعة فيه فمثلاً عند سحب جسم من الماء الى الوسط الخارجي فإن الماء المحيطة بالجسم سوف تتغير مما يؤدي الى تغير في خواصه الفيزيائية المختلفة. وهذا ما يحدث عندما نضع الجسم في فرن حار. فعلى سبيل المثال: تزداد حجوم السوائل درجة الحرارة. واسلاك المعادن تزداد طولها بزيادة درجة الحرارة. ومقاومة هذه الاسلاك تزداد بزيادة درجة الحرارة.

يحدث التوازن الحراري عندما يكون أحد وسطين حراريين: سواء كان هذا التماس مباشر أو غير مباشر فتنتقل الحرارة من الوسط الأكثر حرارة الى الوسط الأقل حرارة ليحصل ما يسمى بالتوازن الحراري اي تصبح درجتي حرارة الوسطين متساويتان وهذا ما يدعى بالتوازن الحراري.

ويقصد من ذلك مفهوم درجة الحرارة فهي درجة الحرارة التي يكتسبها الجسم لكي عبارة عن كمية الحرارة التي يكتسبها الجسم أو الوسط ويقدر درجة حرارته بقياس هذه الكمية باستخدام موازين الحرارة.

* تأثير درجة الحرارة في بعض الخواص الفيزيائية:

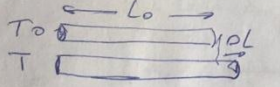
① التمدد الحراري: معظم المواد تزداد حجوم عند تسخينها تزداد حجوم وعند تبريدها تنقل حجوم وهذه الخاصية المهمة كثيرة في التطبيقات التقنية والهندسية لذلك لابد من دراسة هذه الظاهرة بشكل كامل. يحدث التمدد الحراري بسبب تغير متوسط المسافة الفاصلة بين ذرات المادة ولفهم هذه العملية سنعتبر ان ذرات المادة موصولة مع بعضها البعض كما طبيعة روابط مرنة.

فعند درجة حرارة الغرفة فإن ذرات الجسم الصلب تهتز حول وضع توازنها بسعة تقارب $10^{-11}\,m$ وتواتر $10^{13}\,Hz$ وتكون المسافة بين الذرات من مرتبة $10^{-10}\,m$ وعند ارتفاع درجة حرارة الجسم الصلب فإن الذرات سوف تهتز حول موضع توازنها بسعات أكبر مما يسبب ازدياد في متوسط المسافة الفاصلة بين الذرات وبالتالي يتسبب في زيادة حجم الجسم.

ان درجة التمدد الحراري للجسم الصلب تتناسب مع تغير درجة الحرارة

A- التمدد الطولي: اذا كان الجسم الصلب عبارة عن سلك معدني فإن زيادة درجة الحرارة سوف يتمدد طول هذا السلك.

ليكن L_0 طول هذا السلك في درجة حرارة مقدارها T_0 وبعد تسخين الجسم فإن طوله يصبح L متغيراً بالمقدار ΔL ولنفرض ان التمدد الجسم وقد بينت التجربة ان ΔL تتناسب مع ΔT كما انها تتناسب ايضاً مع الطول الاصلي L_0



$$\Delta L \propto L_0 \Delta T$$

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \quad ①$$

$$L - L_0 = \alpha L_0 (T - T_0)$$

أو

$$L = L_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

من العلاقة ① نستنتج أن واحدة قياس α - معامل التمدد الطولي هو $(C^\circ)^{-1}$

ونلاحظ في α قيمة ثابتة مهما تغير درجة الحرارة.

$$V_{\theta} = V_0 [1 + 3\alpha \Delta T]$$

$\beta = 3\alpha$ معامل التمدد الحجمي

$$V = V_0 [1 + \beta \Delta T]$$

الى صدة (2)

موازين الحرارة :

هي أجهزة تستخدم لتحديد درجة الحرارة وقياسها.

تقوم هذه الموازين جميعها على مبدأ تغير بعض الخواص الفيزيائية للمادة المستخدمة في الميزان عند تغير درجة الحرارة. كتغير التمدد الحراري للأجسام أو تغير المقاومة الكهربائية للمادة وتغير حجم السوائل مع كل من درجة الحرارة والضغط.

وبناءً على ذلك يتم تصنيف ميزان الحرارة بناءً على تغير هذه الخواص.

1- ميزان الحرارة الزئبقي :

سمي الزئبق بهذا الاسم لسيولته وانطلاقه في صنع ميزان الحرارة حيث يتجمد في درجة $C-39.9^{\circ}$ ويغلي في درجة $C-327^{\circ}$ كما يتميز بأنه يتمدد بانتظام مع ارتفاع درجة حرارته وكلما تمدد شفاف إذ يمكن رؤيته بسهولة داخل الزجاج الموجود فيه. ويتميز أيضاً بحساسيته العالية لدرجات الحرارة.

يصنع هذا الميزان من أنبوبة زجاجية شعرية محكمة الجدار ومنتظمة المقطع ويوضع في أحد طرفيها مستودع من الزجاج يوضع فيه الزئبق المستخدم وتكون الحجلة مفرغة من الهواء.

يستعمل في قياس درجات الحرارة بين $(-39.9^{\circ}C$ و $327^{\circ})$

يتم تدريج هذا النوع من الموازين بالطريقة التالية :

بالاستفادة من الخواص الفيزيائية المعروفة مثل درجة تجمد الماء والتي $0^{\circ}C$ ودرجة غليانه التي $100^{\circ}C$ عند سطح البحر

تتحدد مع الميزان هاتين الدرجتين ويتم تقسيم المسافة بين الصفر والمئة تقسيمات متساوية (نظراً لانتظام تمدد السائل) فيحدد بذلك مدى عمل هذا الميزان.

وقد يستخدم الزئبق بدلاً من السائل فيسمى بميزان حرارة الزئبق حيث أن هذا الميزان يعمل في درجات حرارة (-115 → 500)°C

(2) ميزان الحرارة ثنائي المعدن:

يقوم مبدأ عمل هذا الميزان على اختلاف معامل تمدد معدنين مختلفين.

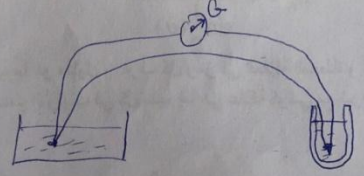
فكما هو واضح في الشكل:

فإذا كان المعدن B مثلاً هو النحاس

وأي معدن أو هو المعدن B في أي درجة حرارة يكون معامل التمدد للنحاس مختلفاً عن معامل تمدد المعدن الآخر وبالتالي هذا المعدن يولد فارقاً في الطول يؤثر على المؤشر فيشير الى درجة الحرارة المقاسة بالمدرج.

(3) المزدوجة الكهربية:

تعرف المزدوجة الكهربية بأنها عبارة عن منطقتي لاتصال بين معدنين مختلفين بالنوع (ملحومين) فعند وضع الملحومين في وسطين مختلفين في درجة الحرارة

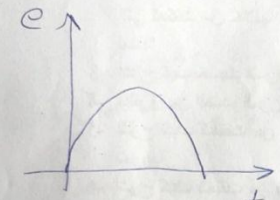


فإنه ينشأ قوة دافعة كهربية بين طرفي الملحومين مما يؤدي الى نشوء تيار كهربي في الدائرة فتتولد قوة محركة كهربية تزداد بازدياد الفرق في درجات الحرارة بين الوسطين.

اي تكون القوة المحركة الكهربية تابعة لدرجة الحرارة

$$e = f(t)$$

ويوضع مقياس الجلفانومتر (مقياس كلفاني) فتقاس القوة المحركة الكهربية



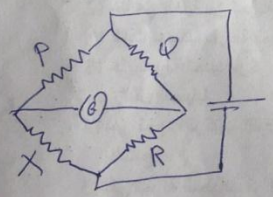
يجب معايرة هذا الجهاز أولاً حيث يوضع في أحد الوسطين جليد وفي الوسط الآخر ماء يغلي ويتم دراسة تغيرات e بدلالة t أولاً ثم

يستخدم لقياس درجة الحرارة وفق منحنى المعايرة.

(4) ميزان الحرارة ذو المقاومة الكهربية:

تستخدم خاصية تغير المقاومة مع تغير درجة الحرارة في هذا النوع من القياس.

وسوف نقوم بدراسة بشكل تفصيلي عند دراسة خواص تغير درجة الحرارة وتأثرها على المقاومة الكهربائية للمعادن.



٤- مقاييس الحرارة الغازية: نوعه

وهي نوعين: ١- مقاييس تعتمد على الحجم الثابت للغاز.

٢- " تعتمد على الضغط الثابت للغاز.

حسب ما يتقارب الخصائص الفيزيائية للغاز في قياس درجات الحرارة.

منها النوع الذي مثلاً في مقاييس يتقارب فيه الضغط الثابت للغاز وكلما قلت درجة الحرارة وقل الضغط.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{P_1}{P_2}$$ لغاز معين

فلقياس درجة حرارة مجهولة درجة حرارتها T° بالمقياس.

هذا الميزان تكتب

$$\frac{T}{T_1} = \frac{P}{P_1}$$

ومقارنة درجة الحرارة هذه بدرجة حرارة وضغط الغاز في درجة تجمد الماء أي الصفر المئوي عندها مكتوب بـ درجة الحرارة المقاسة عند طريق قياس ضغط الغاز في هذه الدرجة أي

$$T = T_1 \left(\frac{P}{P_1}\right)$$

$$T = 273.16 \left(\frac{P}{P_1}\right)$$

حيث P - ضغط الغاز في درجة 273.16

P_1 - ضغط الغاز في الدرجة المقاسة.

المحاضرة الثالثة

سلالم قياس درجة الحرارة

① السلم المئوي (سلزيوس)

وهو سمي للعالم السويدي الذي وضع هذا السلم عام (1742) حيث اعتمد في انشاءه على اتزان الجاري بين الجليد النقي والماء النقي تحت الضغط الجوي النظامي والذي أطلق عليه اسم نقطة تجليد وقد صنف الرقم صفر على درجة الحرارة المئوية.

كما اختار ايضا نقطة اخرى ثابتة تمثل اتزان الجاري بين الماء النقي وبخاره تحت الضغط الجوي النظامي، والتي اسماها نقطة الغليان وقد قسمها تمثل العدد 100 درجة على درجة الحرارة المئوية ثم قام بتقسيم المسافة بين النقطتين الى مئة قسم متساوي كل منها بدرجة مئوية.

يدعى هذا بالتقسيم المئوي ويعبر عن درجة الحرارة وفق السلم بالشكل $t_c = 50°C$ وتقرأ 50 درجة سلزيوس او مئوية

② سلم فهرنهايت:

تم وضع هذا السلم من قبل العالم الالماني فهرنهايت عام 1709 حيث اعتبر ان نقطة تجليد تواقيه 32 وان نقطة الغليان تواقيه 212 وقسم المسافة الفاصلة بينهما الى 180 قسم متساوي وسمي كل قسم منها بدرجة فهرنهايت ورمز لها بالرمز F ويعبر عن درجة الحرارة هنا بالرمز $62°F$ اشاره وسنه درجة فهرنهايت.

حيث اعتبار ان كل تقسيمة من سلم فهرنهايت تعادل $\frac{5}{9}$ من تقسيمة المئوي وبالتالي

$$t_F = \frac{9}{5}(50) + 32$$
$$= 41°F$$

$$t_c = (41-32)\frac{5}{9}$$
$$t_c = 5°C$$

$$t_F = \frac{9}{5} t_c + 32$$

او

$$t_c = (t_F - 32)\frac{5}{9}$$

عند مزج لتر ماء درجة حرارته $80^\circ C$ مع
لتر آخر من الماء درجة حرارته $20^\circ C$
تصير درجة حرارة المزيج $50^\circ C$

إذا كان $t_1 > t_2$:

$$t_1 - t = t - t_2$$
$$80 - 50 = 50 - 20$$

أن إذا خلط كمية من كتلتين مختلفتين m_1 و m_2 يكون

$$m_1(t_1 - t) = m_2(t - t_2) \quad (1)$$
$$m_1 t_1 - m_1 t = m_2 t - m_2 t_2$$
$$m_1 t_1 + m_2 t_2 = m_1 t + m_2 t$$
$$= (m_1 + m_2) t$$
$$t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

حيث أي درجة كتلة الماء D بالشكل

$$m_1(t - t_1) + m_2(t - t_2) = 0 \quad (3)$$

ومن أجل كمية أجسام

$$\sum_{i=1}^{m} m_i (t - t_i) = 0$$

t درجة حرارة التوازن الحراري $= \frac{\sum m_i t_i}{\sum m_i}$

في حال استخدام أجسام مختلفة الكتلة ومختلفة النوع فلكل جسم حرارة نوعية مختلفة كم الحرارة النوعية للجسم الأول

إذاً في الحالة تكتب المعادلة (1) بالشكل :

$$m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t_2 - t)$$

حيث c_1 و c_2 تمثل الحرارة النوعية للجسم الأول والثاني على الترتيب.

حيث تعرف الحرارة النوعية للماء بأنها كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة واحدة الكتلة من الماء درجة مئوية واحدة.

إذاً يكون أن :

$$m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 (t - t_2) = 0$$
$$\sum_{i=1}^{N} m_i c_i (t - t_i) = 0 \quad (4)$$

$$t_2 \quad \frac{\sum m_i c_i t_i}{\sum m_i c_i}$$

وفي المعادلة الموجودة أمام الكمية المجموع في المعادلة (4) بالرمز Q_i ونطلق عليه اسم كمية الحرارة المتبادلة بين الأجسام.

$$Q_i = m_i c_i (t - t_i) \quad (5)$$

هذه الكمية يمكن أن تكون موجبة أو سالبة وذلك حسب القيم بين t_i و t

أي أنه Q_i يمكن أن تكون موجبة أو سالبة

$Q_i > 0$ الجسم اكتسب حرارة أي $t > t_i$

$Q_i < 0$ الجسم أعطى حرارة أي $t < t_i$

بتعويض (5) في (4) نجد

$$\sum_{i=1}^{N} Q_i = 0$$

هذا يعني أن وضع كمية من الأجسام المختلفة بدرجة حرارة في حالة تماس أي بينها المجموع الجبري لكميات الحرارة المتبادلة بين هذه الأجسام (حتى تحدث التوازن الحراري) تكون صفراً للعينة.

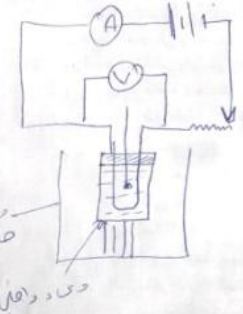
السعة الحرارية : تعيين العلاقة

$$Q_{12} = m_i c_i (t_i - t_f)$$

أ- كمية الحرارة هي كمية فيزيائية مميزة لجسم تحتوي مع الكتلة $m_i c_i$ والذي يمثل السعة الحرارية لعينة من المادة كتلتها m_i.

- قياس كمية الحرارة :

تقاس كمية الحرارة بواسطة السعر الحراري وهذا الوعاء كما هو مبين بالشكل يتألف من وعاء داخلي معزول حرارياً يوضع فيه السائل تتم تسخين هذا السائل وقياس درجة حرارته بواسطة ميزان حرارة كما يتم التحكم بشدة التيار المار في السائل وقياسه فرق الكمون بين طرفي الجسر.



① لقياس الحرارة النوعية لمادة سائلة : نضع كتلة من السائل كتلته m في الوعاء الداخلي للسعر الذي كتلته m_1 وحرارته النوعية c_1 ثم نحدد درجة الحرارة في بداية التسخين ولتكن θ_1.

بعد مرور زمن نغذي السعر بتيار كهربائي ذي شدة I وبعد مرور زمن t ترتفع درجة حرارة السائل الموجود داخل السعر الى المستوى θ_2. فإذا كان فرق الكمون بين طرفي السعر V تولد عن الطاقة الحرارية التي تنشرها هذه المقاومة كمية من العلاقة

$$Q = 0,24 V I t$$

كمية الحرارة هذه يمتصها السائل والسعر في آن واحد لذلك نكتب

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$0,24 V I t = C.m(\theta_2 - \theta_1) + C_1 m_1 (\theta_2 - \theta_1)$$

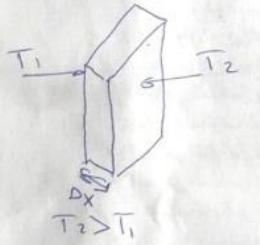
$$0,24 V I t = (C.m + C_1 m_1)(\theta_2 - \theta_1)$$

من هذه العلاقة نستطيع حساب قيمة السعة الحرارية للسائل.

① انتقال الحرارة بالتوصيل :

معلوم أن ذرات المادة تكون في حالة اهتزاز دائمة، وكلما ارتفع درجة حرارة المادة فإن الحركة الاهتزازية للذرات تزداد وذلك بسبب ازدياد الطاقة الحركية لهذه الجسيمات (الذرات)، مما يؤدي الى زيادة الاصطدام مع الجوار وتكسبها طاقة فتزيد من اهتزازها، وهكذا تنتقل الحرارة الى باقي الجسم. هذه العملية تسمى بالناقلية الحرارية وهذه الحالة تحدث في المواد الصلبة. وتختلف المواد الصلبة في ناقليتها الحرارية فمنها ما تكون ناقلة جيدة بحيث تنتقل الحرارة من طرف الى طرف آخر من المادة أو مواد ذات ناقلية سيئة بحيث تبقى الحرارة في طرف دون أن تنتقل مع باقي المادة.

تحدث عملية انتقال الحرارة بهذه الطريقة عندما يوجد فرق في درجات الحرارة بين طرفي قضيب كما في الشكل



بينت التجارب أن كمية الحرارة المنتقلة خلال الزمن Δt من الوجه الساخن الى الوجه البارد تتناسب طرداً مع مساحة المقطع العرضي للقضيب A وطرداً مع فرق درجة الحرارة بين الوجهين $T_2 - T_1$ وعكساً مع سماكة القضيب Δx

هذا يمكن التعبير عنه بشكل رياضي

$$\frac{Q}{\Delta t} \sim A \frac{T_2 - T_1}{\Delta x}$$

المقدار $\frac{Q}{\Delta t}$ هو معدل انتقال الطاقة وواحدته $\frac{\text{جول}}{\text{ثانية}} = \text{واط}$

Q- تقدر بالجول و Δt بالثانية

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$P = K.A.\frac{T_2 - T_1}{\Delta X}$$

حيث K- ثابت التناسب ويسمى معامل التوصيل الحراري للمادة.
وهو خاصية مميزة لكل مادة وتختلف من مادة الى أخرى
ويمكن كتابة العلاقة السابقة بالشكل

$$P = K.A\ \frac{\Delta T}{\Delta X}$$

② انتقال الحرارة بالحمل:

عندما يتم انتقال الحرارة من جسم الى آخر بفعل انتقال جزيئات المادة نفسها الى أخر فيقال أن الحرارة انتقلت بطريقة الحمل.
وتحدث هذه الحالة في السوائل والغازات وينقسم نوعين:

النوع الأول: الحمل الحراري الطبيعي الذي يحدث بسبب اختلاف كثافة الأوساط المختلفة فانتقال الحرارة من غرفة الى أخرى ارتفاعات الحمل الحراري.

النوع الثاني: الذي يحدث بشكل قسري وهو الحمل الذي يحدث فيه جزيئات الحمل بواسطة مضخة أو مروحة.

③ انتقال الحرارة بالاشعاع:

تنتقل الحرارة خارج الجسم الساخن من خلال الوسط المحيط به سواء كان هذا الوسط الخلاء أم اي وسط آخر. تشع الاجسام الطاقة بأشكال مختلفة على شكل أمواج كهرطيسية ناتجة عن اهتزازات أو دوبانات المادة وتزداد الطاقة المشعة عن تسخين الاجسام. وتتميز الاشعاعات الطاقية بأنها عندما تنتشر في الفضاء وتسقط على الاجسام المادية فيمكنها أن تمتص وتتحول الى طاقة حرارية ترفع من درجة حرارة الجسم. وتتمايز الامواج الكهرطيسية عن بعضها بأطوالها الموجية وبترددها تمتلك الاجسام القدرة على الشع والامتصاص الاشعاعات حيث أن الجسم من الممكن أن يمتص أو يعكس جزء من هذه الطاقة ويمكن أن يمر الاشعاع منه دون أي امتصاص أو انعكاس (يسمى عندئذ بالشفوف)

الجسم الأسود: هو الجسم الذي يستطيع أن يمتص جميع الاشعاعات الواردة اليه ويسمى بالجسم الأسود المثالي (لا يوجد تحديداً في الطبيعة مثل هذا الجسم) وهو الجسم الذي يشع المثالي الذي يعكس كل الاشعاعات عنه

R- معامل الانعكاس
T- معامل النفوذ
A- معامل الامتصاص

$$R + T + A = 1$$

A- معامل الامتصاص يعرف بأنه نسبة الطاقة الممتصة الى الطاقة الكلية الساقطة.

R- معامل الانعكاس نسبة الطاقة المنعكسة الى الطاقة الكلية الساقطة.

T- نسبة الطاقة النافذة الى الطاقة الكلية الساقطة.

إذا امتص الجسم كامل الإشعاع الساقط عليه فإنه $R = T = 0$

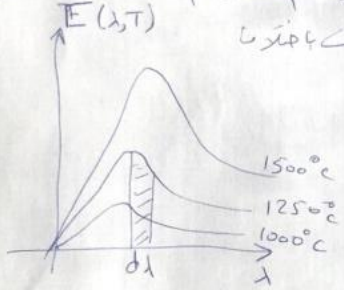
فيكون $A = 1$ الجسم الأسود المثالي

أما إذا كان $A = T = 0$ فيكون

$R = 1$ جسم أبيض مثالي

1 إشعاع الجسم الأسود:

لقد تبين بالتجربة أن الجسم الأسود المثالي يصدر عند درجة حرارة معينة طيفاً من الإشعة تتراوح أطوال موجاتها من الصفر حتى اللانهاية



تتم الطاقة التي يحملها كل طول موجي تختلف باختلاف الطول الموجي وباختلاف درجة الحرارة

نعرف للتأثير الطيفية $E(\lambda,T)$ بأنها الطاقة التي يشعها الجسم عند الطول الموجي λ في درجة حرارة معينة.

حيث نلاحظ من المخطط البياني أن الطاقة تكون عظمى عند أطوال موجية معينة.

2 علاقة بلانك في الإشعاع:

استطاع بلانك بإعطاء علاقة رياضية لطاقة الإشعاع وطول موجته ودرجة حرارته بالشكل

$$E(\lambda,T) = C_1 \lambda^{-5} I\left(e^{C_2/\lambda T} - 1\right)$$

حيث $C_1 = 3.74 \times 10^{-16}$

$C_2 = 1.44 \times 10^{-2}$

3 قانون ستيفان بولتزمان في الإشعاع

بين كل من ستيفان وبولتزمان أن الطاقة الكلية التي يشعها الجسم تتناسب مع درجة حرارة الجسم مرفوعة إلى القوة الرابعة T^4، كما تتناسب مع مساحة سطح الجسم المشع A

قانون ستيفان-بولتزمان

$$E = \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot A} = \varepsilon \sigma T^4$$

σ - ثابت ستيفان-بولتزمان $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2.K^4$

ε - تمثل إصدارية الجسم وتكون قيمتها تتراوح بين $0 \leftarrow 1$

حيث $\varepsilon = 1$ للجسم الأسود

$\varepsilon = 0$ للجسم الأبيض

أمثلة محلولة:

1- ما هي كمية الحرارة اللازمة لتحويل كتلة $m = 720gr$ من الجليد في الدرجة $(-10°C)$ إلى الحالة السائلة في الدرجة $15°C$ علماً أن الحرارة النوعية للجليد $2220\ J/Kg$

الحل: لحساب كمية الحرارة نقوم بتجزئة المسألة إلى مرحلتين.

① المرحلة الأولى: حساب كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة الجليد من -10 إلى الصفر مئوية

$$Q_1 = C_1\ m(T_2 - T_1)$$

$$= 2220 \times 0{,}720\ (0 - (-10))$$

$$Q_1 = 15.98\ Kj$$

② المرحلة الثانية: تحول كل وحدة كتلة من الجليد المتكون عند درجة الحرارة ثابتة في درجة حرارة الصفر

$$Q_2 = L\ m$$

حيث L حرارة انصهار الجليد $= 333000\ J/Kg$

$333\ KJ/Kg =$

$$Q_2 = (333\,000)(0{,}720)$$

$$= 239{,}8\ KJ$$

③ كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة الماء من الدرجة الصفرية

$$Q_3 = Cm(T_2 - T_1)$$

حيث C هي الحرارة النوعية

$$C = 4180 \ J/Kg$$

$$Q_3 = 4180 \times 0,720 (15 - 0)$$

$$= 45,25 \ KJ$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

مسألة 2 : نسخن قطعة من الحديد كتلتها 75 gr في فرن حتى درجة $312°C$ ثم نضعها في كأس زجاجي يحتوي كمية من الماء كتلتها 220 gr ودرجة حرارتها $12°C$. إذا علمت أن السعة الحرارية للكأس الزجاجي هي $45 \ cal/C°$ احسب درجة الحرارة النهائية للخليط (ماء - كأس - حديد).

الحل

$$\sum Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

للحديد $Q_1 = C_1 m_1 (T_2 - T_1)$

للماء $Q_2 = C_2 m_2 (T_2 - T_1)$

$Q_3 = C_3 m_3 (T_2 - T_1)$

$$C_1 m_1 (T_2 - T_1) + C_2 m_2 (T_2 - T_1) + C_3 m_3 (T_2 - T_1) = 0$$

$$T_2 = \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 T_1 + C_3 m_3 T_1}{C_1 m_1 + C_2 + C_3 m_3}$$

← لتعويض عطي لنا